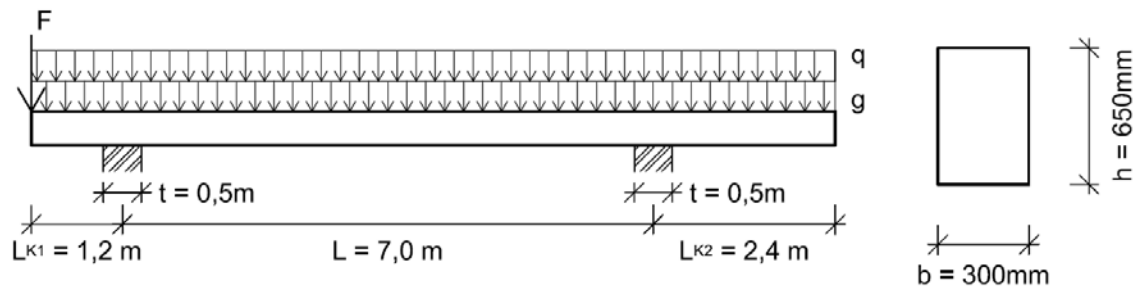


NÁVRH OHYBOVÉ VÝZTUŽE ŽB TRÁMU

Navrhněte ohybovou výztuž do železobetonového nosníku uvedeného na obrázku. Kromě vlastní tíhy je nosník zatížen bodovou silou od obvodového pláště $F_k = 40 \text{ kN}$, ostatním stálým rovnoměrným zatížením $(g - g_0)_k = 25 \text{ kN/m}$ a proměnným zatížením $q_k = 22,5 \text{ kN/m}$. Krytí ohybové výztuže uvažujte $c = 35 \text{ mm}$.



Materiálové charakteristiky:

- beton : **C 25/30 XC2 (CZ) - Cl 0,2 - D_{max} 16 - S3** $E_{cm} = 30,5 \text{ GPa}$

$$f_{ck} = 25 \text{ MPa} \quad f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{25}{1,5} = 16,666 \text{ MPa}$$

$$f_{ctk} = 1,8 \text{ MPa} \quad f_{ctd} = \frac{f_{ctk}}{\gamma_c} = \frac{1,8}{1,5} = 1,2 \text{ MPa} \quad f_{ctm} = 2,6 \text{ MPa}$$

- ocel : **B 500 B** $E_s = 200 \text{ GPa}$

$$f_{yk} = 500 \text{ MPa} \quad f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_{M0}} = \frac{500}{1,15} = 434,783 \text{ MPa}$$

Výpočet zatížení:

liniové zatížení - stálé:

druh zatížení	rozměry [m × m]	ρ_v [kN/m ³]	char. zatížení [kN/m]	γ_G	návrh. zatížení [kN/m]
ŽB nosník g_0	0,65 × 0,25	× 25	4,063	1,35	5,484
ostatní stálé zatížení $(g-g_0)$			25,000	1,35	33,750

celkem Σg

28,438

39,234

liniové zatížení - proměnné:

užitné zatížení q			22,500	1,5	33,750
---------------------	--	--	--------	-----	--------

Celkem $\Sigma(g+q)$

50,938

72,984

bodové zatížení - stálé:

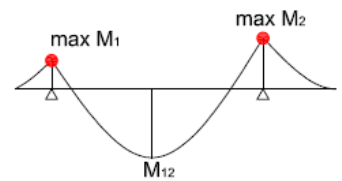
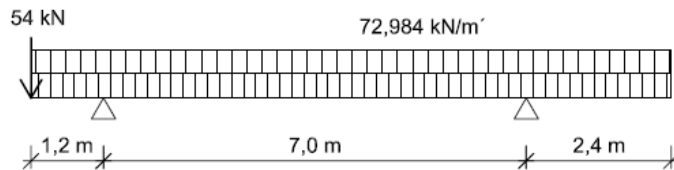
druh zatížení	char. zatížení [kN]	γ_G	návrh. zatížení [kN]
obvodový plášť F	40,000	1,35	54,000

Zatěžovací stavy:

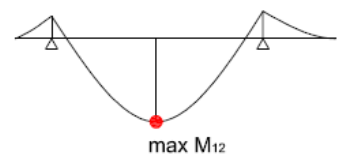
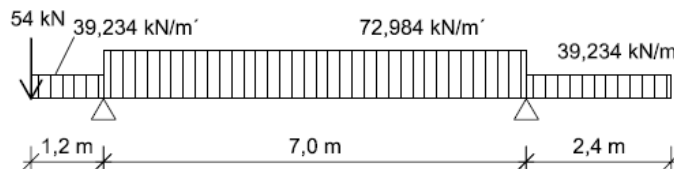
Proměnné zatížení může obecně měnit polohu, proto je zapotřebí najít jeho nejnepříznivější rozmístění, které vyvodí extrémní reakcí, podporových a mezipodporových ohybových momentů, příp. posouvajících sil.

Pro dostatečnou výstižnost je nutné řešit následující zatěžovací stavy:

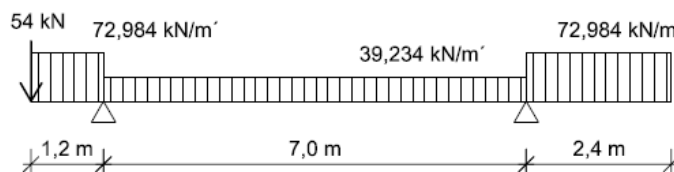
ZS1



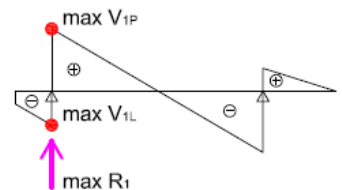
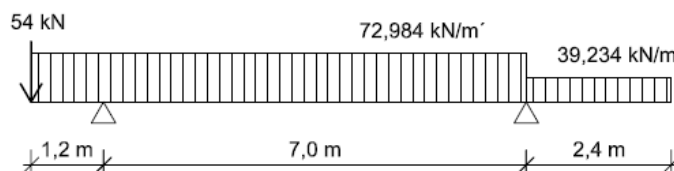
ZS2



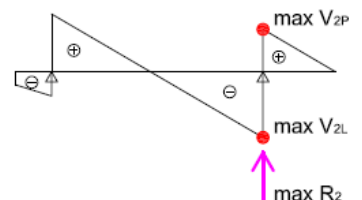
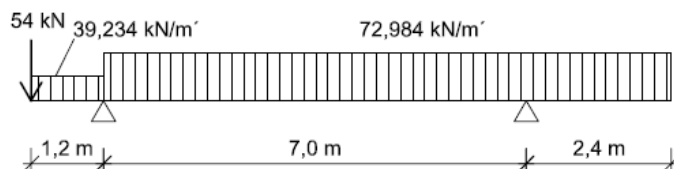
ZS3



ZS4

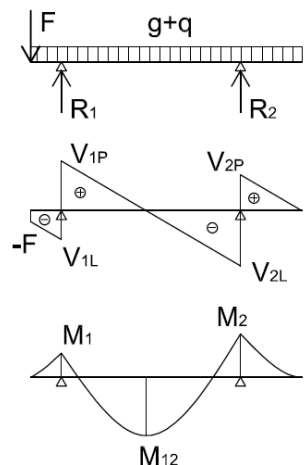


ZS5



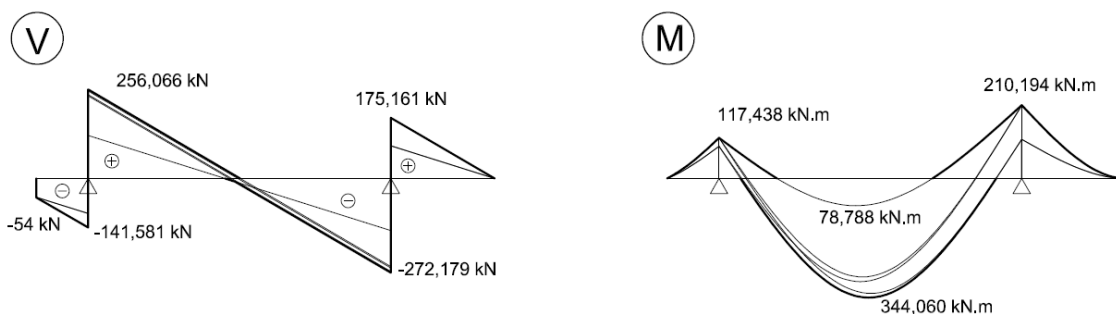
Výpočet vnitřních sil:

Pomocí základních vztahů stavební mechaniky (silové resp. momentové podmínky rovnováhy) vyčíslíme hodnoty reakcí a vnitřních sil v rozhodujících bodech konstrukce a následně vykreslíme průběhy vnitřních sil (posouvající síla, ohybový moment).



	Reakce [kN]		Posouvající síly [kN]				Ohybový moment [kN.m]		
	R ₁	R ₂	V _{1L}	V _{1P}	V _{2L}	V _{2P}	M ₁	M ₁₂	M ₂
ZS1	383,761	443,869	-141,581	242,180	-268,708	175,161	117,348	284,460	210,194
ZS2	353,675	352,455	-101,081	252,594	-258,294	94,161	93,048	344,060	112,994
ZS3	265,636	325,744	-141,581	124,055	-150,583	175,161	117,348	78,778	210,194
ZS4	397,647	348,983	-141,581	256,066	-254,822	94,161	117,348	331,859	112,994
ZS5	339,790	447,341	-101,081	238,709	-272,179	175,161	93,048	297,931	210,194

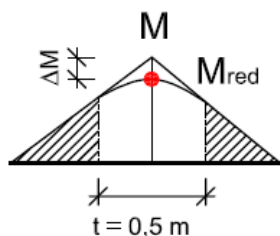
obálka posouvajících sil a ohybových momentů:



Jelikož nosník probíhá spojitě nad podporou, která umožňuje volné natočení (styčnick není monolitický), je možné provést redukci ohybových momentů nad podporou:

$$M_{i,red} = M_i - \Delta M_i \quad \text{kde } \Delta M_i \text{ je moment, o který bude podporový moment redukován}$$

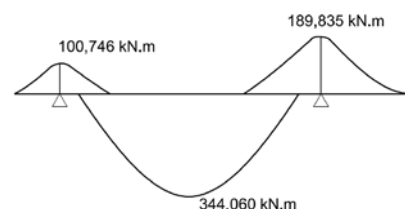
$$\Delta M = \frac{1}{8} \cdot R_i \cdot t \quad t = 0,5m \dots \text{šířka podpory - viz obr. str. 1}$$



	R ₁ [kN]	M ₁ [kN.m]	ΔM ₁ [kN.m]	M _{1,red} [kN.m]	R ₂ [kN]	M ₂ [kN.m]	ΔM ₂ [kN.m]	M _{2,red} [kN.m]
ZS1	383,761	117,348	23,985	93,363	443,869	210,194	27,742	182,452
ZS2	353,675	93,048	22,105	70,943	352,455	112,994	22,028	90,966
ZS3	265,636	117,348	16,602	100,746	325,744	210,194	20,359	189,835
ZS4	397,647	117,348	24,853	92,495	348,983	112,994	21,811	91,183
ZS5	339,790	93,048	21,237	71,811	447,341	210,194	27,959	182,235

návrhové ohybové momenty:

- podporový průřez 1: $M_{Ed,1,red} = 100,746 \text{ kN} \cdot \text{m}$
- podporový průřez 2: $M_{Ed,2,red} = 189,835 \text{ kN} \cdot \text{m}$
- mezipodporový průřez: $M_{Ed,max} = 344,060 \text{ kN} \cdot \text{m}$



Návrh ohybové výztuže:

Konstrukční zásady:

- minimální plocha výztuže:

$$A_{s,min,1} = 0,0013 \cdot b \cdot d = 0,0013 \cdot 300 \cdot 547 = 214 \text{ mm}^2$$

$$A_{s,min,2} = \frac{0,26 \cdot f_{ctm} \cdot b \cdot d}{f_{yk}} = \frac{0,26 \cdot 2,6 \cdot 300 \cdot 547}{500} = 222 \text{ mm}^2$$

$$\Rightarrow A_{s,min} = \max(A_{s,min,1}; A_{s,min,2}) = 222 \text{ mm}^2$$

Návrh a posouzení ohybové výztuže - podporový průřez 1:

- návrhový ohybový moment: $M_{Ed,1,red} = 100,746 \text{ kN} \cdot \text{m}$
- předpokládaný profil výztuže: $\phi = 14 \text{ mm}$
- účinná výška průřezu: $d = h - c - \phi/2 = 650 - 35 - 14/2 = 608 \text{ mm}$
- rameno vnitřních sil - 2 možnosti stanovení:

a) odhad:

$$\begin{aligned} z &\approx (0,9 \div 0,95) \cdot d = \\ &= (0,9 \div 0,95) \cdot 608 \\ &= 547 \div 578 \text{ mm} \end{aligned}$$

b) výpočet pomocí tabulek:

- poměrný ohybový moment:

$$\mu = \frac{M_{Ed}}{b \cdot d^2 \cdot \alpha \cdot f_{cd}} = \frac{100,746 \cdot 10^6}{300 \cdot 608^2 \cdot 1 \cdot 16,667} = 0,0545$$

- ⇒ tabulky: poměrná výška tlačené oblasti :

$$\xi = 0,063 \leq \xi_{max} = 0,45 \quad \dots \text{ OK}$$

- poměrné rameno dvojice sil :

$$\zeta = 0,972$$

- rameno vnitřních sil:

$$z = \zeta \cdot d = 0,972 \cdot 608 = 591 \text{ mm}$$

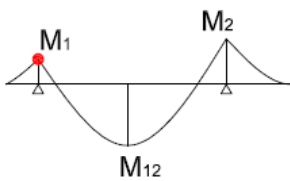
- stanovení požadované plochy výztuže:

$$A_{s,req} = \frac{M_{Ed}}{z \cdot f_{yd}} = \frac{100,746 \cdot 10^6}{591 \cdot 434,783} = 392 \text{ mm}^2$$

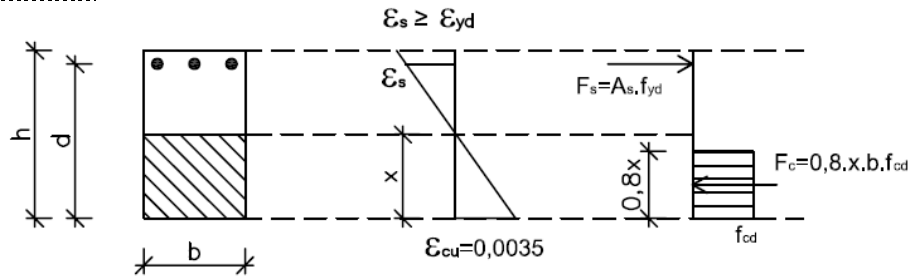
- ⇒ návrh ohybové výztuže:

3 Ø 14 mm

$$\begin{aligned} A_s &= 462 \text{ mm}^2 \geq A_{s,req} = 392 \text{ mm}^2 \\ &\geq A_{s,min} = 222 \text{ mm}^2 \end{aligned}$$



posouzení:



- skutečná výška tlačené oblasti: $x = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{0,8 \cdot b \cdot f_{cd}} = \frac{462 \cdot 434,783}{0,8 \cdot 300 \cdot 16,667} = 50 \text{ mm}$
- poměrná výška tlačené oblasti: $\xi = \frac{x}{d} = \frac{50}{608} = 0,082 \leq \xi_{\max} = 0,45 \text{ OK}$
- rameno vnitřních sil: $z = d - 0,4 \cdot x = 608 - 0,4 \cdot 50 = 588 \text{ mm}$
- moment únosnosti:

$$M_{Rd} = A_s \cdot f_{yd} \cdot z = 462 \cdot 434,783 \cdot 588 = 118,111 \text{ kN} \cdot \text{m} \geq M_{Ed,1,red} = 100,746 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

..... vyhovuje

Návrh a posouzení ohybové výztuže - podporový průřez 2:

- návrhový ohybový moment: $M_{Ed,2,red} = 189,835 \text{ kN} \cdot \text{m}$
- předpokládaný profil výztuže: $\phi = 20 \text{ mm}$
- účinná výška průřezu: $d = h - c - \phi / 2 = 650 - 35 - 20 / 2 = 605 \text{ mm}$
- poměrný ohybový moment:

$$\mu = \frac{M_{Ed}}{b \cdot d^2 \cdot \alpha \cdot f_{cd}} = \frac{189,835 \cdot 10^6}{300 \cdot 605^2 \cdot 1 \cdot 16,667} = 0,1037$$

$$\Rightarrow \xi = 0,137 \leq \xi_{\max} = 0,45 \text{ OK}$$

$$\zeta = 0,945 \Rightarrow z = \zeta \cdot d = 0,945 \cdot 605 = 571 \text{ mm}$$

- požadovaná plocha výztuže: $A_{s,req} = \frac{M_{Ed}}{z \cdot f_{yd}} = \frac{189,835 \cdot 10^6}{571 \cdot 434,783} = 765 \text{ mm}^2$

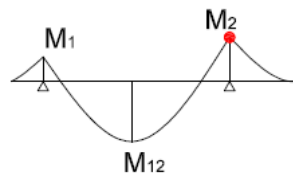
$$\Rightarrow \text{návrh ohybové výztuže: } \boxed{3 \text{ } \varnothing 20 \text{ mm}} \quad A_s = 942 \text{ mm}^2 \geq A_{s,req} = 765 \text{ mm}^2 \geq A_{s,min} = 222 \text{ mm}^2$$

posouzení:

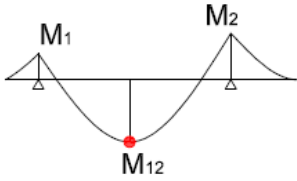
- skutečná výška tlačené oblasti: $x = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{0,8 \cdot b \cdot f_{cd}} = \frac{942 \cdot 434,783}{0,8 \cdot 300 \cdot 16,667} = 102 \text{ mm}$
- poměrná výška tlačené oblasti: $\xi = \frac{x}{d} = \frac{102}{605} = 0,169 \leq \xi_{\max} = 0,45 \text{ OK}$
- rameno vnitřních sil: $z = d - 0,4 \cdot x = 605 - 0,4 \cdot 102 = 564 \text{ mm}$
- moment únosnosti:

$$M_{Rd} = A_s \cdot f_{yd} \cdot z = 942 \cdot 434,783 \cdot 564 = 230,995 \text{ kN} \cdot \text{m} \geq M_{Ed,1,red} = 189,835 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

..... vyhovuje



Návrh a posouzení ohybové výztuže - mezipodporový průřez:



- návrhový ohybový moment: $M_{Ed,max} = 344,060 \text{ kN} \cdot \text{m}$
- předpokládaný profil výztuže: $\phi = 20 \text{ mm}$
- účinná výška průřezu: $d = h - c - \phi / 2 = 650 - 35 - 20 / 2 = 605 \text{ mm}$
- poměrný ohybový moment:

$$\mu = \frac{M_{Ed}}{b \cdot d^2 \cdot \alpha \cdot f_{cd}} = \frac{344,060 \cdot 10^6}{300 \cdot 605^2 \cdot 1 \cdot 16,667} = 0,1880$$

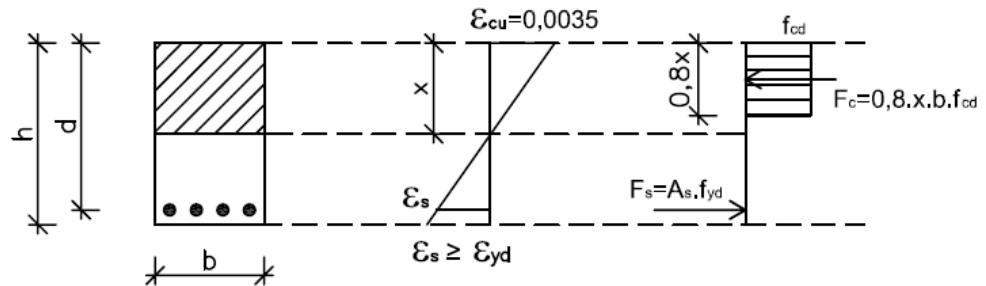
$$\Rightarrow \xi = 0,263 \leq \xi_{max} = 0,45 \quad \dots \text{ OK}$$

$$\zeta = 0,895 \quad \Rightarrow \quad z = \zeta \cdot d = 0,895 \cdot 605 = 541 \text{ mm}$$

- požadovaná plocha výztuže: $A_{s,req} = \frac{M_{Ed}}{z \cdot f_{yd}} = \frac{344,060 \cdot 10^6}{541 \cdot 434,783} = 1463 \text{ mm}^2$

\Rightarrow návrh ohybové výztuže: **5 Ø 20 mm** $A_s = 1571 \text{ mm}^2 \geq A_{s,req} = 1463 \text{ mm}^2$
 $\geq A_{s,min} = 222 \text{ mm}^2$

posouzení:



- skutečná výška tlačené oblasti: $x = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{0,8 \cdot b \cdot f_{cd}} = \frac{1571 \cdot 434,783}{0,8 \cdot 300 \cdot 16,667} = 171 \text{ mm}$
- poměrná výška tlačené oblasti: $\xi = \frac{x}{d} = \frac{171}{605} = 0,283 \leq \xi_{max} = 0,45 \quad \dots \text{ OK}$
- rameno vnitřních sil: $z = d - 0,4 \cdot x = 605 - 0,4 \cdot 171 = 537 \text{ mm}$
- moment únosnosti:

$$M_{Rd} = A_s \cdot f_{yd} \cdot z = 1571 \cdot 434,783 \cdot 537 = 366,795 \text{ kN} \cdot \text{m} \geq M_{Ed,1,red} = 344,060 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

..... vyhovuje

Kontrola minimální vzdálenosti prutů výztuže:

Jelikož všechny 3 navrhované průřezy mají stejnou geometrii ($h \times b$), postačí ověřit minimální vzdálenost výztuží pro nejvíce vyztužený průřez - mezipodporový průřez.

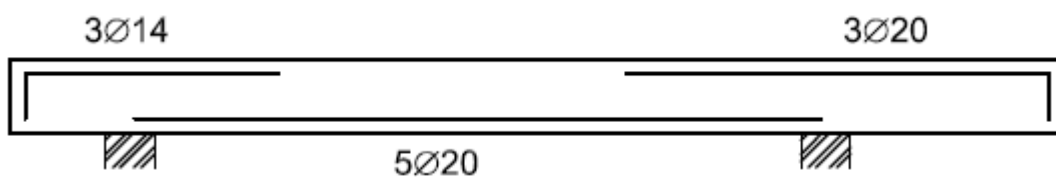
- vzdálenost výztuží: $s = \frac{b - 2 \cdot c - n \cdot \phi}{n - 1} = \frac{300 - 2 \cdot 35 - 5 \cdot 20}{5 - 1} = 32,5 \text{ mm}$

- min. vzdálenost výztuží:

$$s_{min} = \max(1,2 \cdot \phi; D_{max} + 5; 20) = \max(1,2 \cdot 20; 16 + 5; 20) = 24,0 \text{ mm}$$

- posouzení: $s \geq s_{min} \quad \dots \text{ vyhovuje}$

Navržená ohybová výztuž:



V místech, kde není navržena nosná ohybová výztuž, je nutné doplnit výztuž konstrukční ($2 \varnothing 10$ mm).

Z hlediska přenosu smykových sil je nutné navrhnout smykovou výztuž v podobě třmínek - není náplní této úlohy.